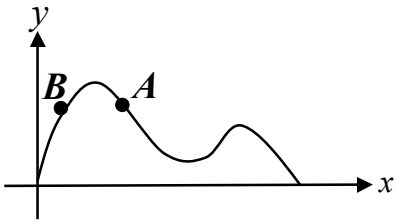
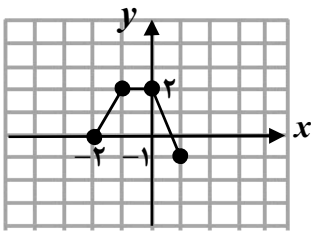
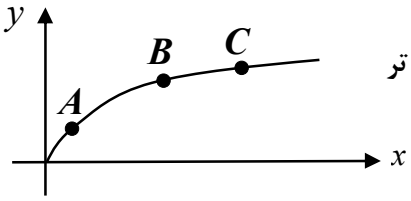
باسمه تعالی

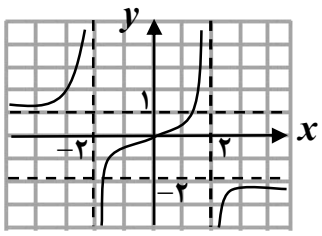
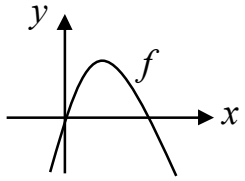
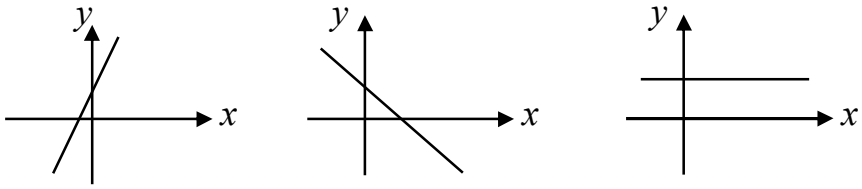
سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان ۲**	رشته : **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع:	تعداد صفحه: ۲
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	مدت امتحان: **۱۳۰** دقیقه	تاریخ امتحان:	**نام و نام خانوادگی :**

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را تعیین کنید. الف) اگر $k > ۱$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور xها به دست می آید. ب) نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{۲}\ ,\ k \in Z$ در دامنه تابع تانژانت قرار ندارند. پ) حاصل $\lim\limits_{x \to ۳^+} \frac{x+۱}{۹-x^۲}$ برابر با $-\infty$ است. ت) در شکل رو به رو، شیب خطوط مماس در نقاط A و B مثبت است.  	۱
۲	نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = ۲f(x-۱)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.  	۱
۳	اگر چند جمله ای $f(x) = x^۲ + ax - ۳$ بر $(x+۱)$ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x-۲)$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۴	چند جمله ای $x^۶ - ۱$ را بر حسب عامل $(x+۱)$ تجزیه کنید.	۰/۵
۵	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) دوره تناوب تابع $y = ۳\cos(-\frac{\pi}{۴}x)$ برابر با ..... است. ب) حاصل حد $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{۳x+۵}{x-۲}$ برابر با ..... است. پ) با توجه به شکل رو به رو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه ..... بزرگ تر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه B است.  ت) نقطه ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه ..... نام دارد.	۱
۶	معادله $\cos ۲x + \cos x + ۱ = ۰$ را حل کنید.	۱/۵
۷	کدام یک از خطوط $x = -۱$ و $x = ۳$ مجانب قائم تابع $f(x) = \frac{x^۲ - ۴x + ۳}{x^۲ - ۲x - ۳}$ می باشد؟ دلیل ارائه کنید.	۱/۵

« ادامهٔ سوالات در صفحهٔ دوم »

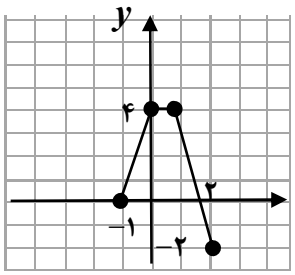
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان ۲**	رشته : **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع:	تعداد صفحه: ۲
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه	مدت امتحان: **۱۳۰** دقیقه	تاریخ امتحان:	**نام و نام خانوادگی :**

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۸	با توجه به نمودار تابع f که در زیر آمده است، مجانب های افقی تابع را بنویسید. 	۰/۵
۹	نشان دهید نقطه ای به طول $x=-۱$ ، نقطه گوشه ای برای تابع $f(x)=\|x^۲+x\|$ می باشد.	۱/۷۵
۱۰	قضیه: ثابت کنید اگر تابع f در $x=a$ مشتق پذیر باشد آن گاه تابع f در $x=a$ پیوسته است.	۱/۲۵
۱۱	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x)=\dfrac{x^۲-۱}{x^۳+۲x+۱}$ ب) $g(x)=\cos^۳(۲x)$	۱/۷۵
۱۲	نمودار تابع f در شکل رو به رو آمده است. با بیان دلیل، مشخص کنید کدام یک از نمودارهای زیر، نمودار مشتق تابع f است.   (الف) (ب) (پ)	۰/۷۵
۱۳	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x)=x^۳-۲x$ را در بازه $[۰,۲]$ و آهنگ تغییر لحظه ای تابع f را در $x=۱$ محاسبه کنید.	۱
۱۴	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x)=\sqrt{x^۲-۲x+۴}$ را در بازه $[۰,۲]$ تعیین کنید.	۱/۵
۱۵	تابع $f(x)=\dfrac{x^۲}{x^۲+۱}$ در چه بازه ای صعودی و در چه بازه ای نزولی است.	۱/۲۵
۱۶	مقادیر a و b را در تابع $f(x)=ax^۳+bx^۲-۱$ چنان بیابید که $A(۱,۱)$ نقطه عطف منحنی باشد.	۱/۲۵
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x)=\dfrac{x+۱}{x-۱}$ را رسم کنید.	۱/۷۵
	موفق و سربلند باشید. **جمع نمره**	۲۰

باسمه تعالی

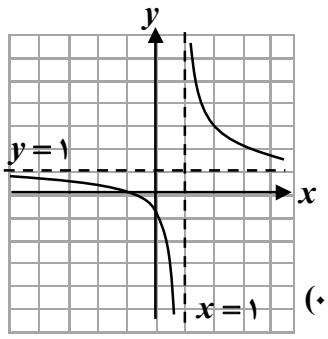
راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **حسابان ۲**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع:	مدّت امتحان: **۱۳۰ دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان :	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	**الف) نادرست (۰/۲۵)** (نکته صفحه ۹ در مورد انقباض و انبساط افقی) **ب) درست (۰/۲۵)** (تابع تانژانت صفحه ۳۲) **پ) درست (۰/۲۵)** (قسمت پ سوال ۲ صفحه ۵۸) **ت) نادرست (۰/۲۵)** (قسمت الف سوال ۷ صفحه ۸۲)	۱
۲	(مشابه سوال ۲ صفحه ۱۲)  $D_g=[-۱,۲]\ \ (۰/۲۵)$ $R_g=[-۲,۴]\ \ (۰/۲۵)$ $(۰/۵)$	۱
۳	(سوال ترکیبی مشابه سوال ۶ صفحه ۲۲ و مفهوم باقی مانده صفحه ۱۹) $f(-۱)=۰\ \ (۰/۲۵)\ \Rightarrow\ ۱-a-۳=۰\ \Rightarrow\ a=-۲\ \ (۰/۲۵)$ $f(۲)=۴-۴-۳=-۳\ \ (۰/۲۵)$	۰/۷۵
۴	(قسمت ب سوال ۸ صفحه ۲۲) $x^۶-۱=(x+۱)(x^۵-x^۴+x^۳-x^۲+x-۱)\ \ (۰/۵)$	۰/۵
۵	**الف) ۸ (۰/۲۵)** (نکته صفحه ۲۷) **ب) ۳ (۰/۲۵)** (قسمت الف سوال ۳ صفحه ۶۹) **پ)** A **(۰/۲۵)** (سوال ۳ صفحه ۸۱) **ت) بحرانی (۰/۲۵)** (تعریف نقطه بحرانی صفحه ۱۱۷)	۱
۶	(معادله مثلثاتی از صفحه ۳۵ تا ۴۴) $۲\cos^۲ x-۱+\cos x+۱=۰\ \ (۰/۲۵)\ \Rightarrow\ \cos x(۲\cos x+۱)=۰\ \ (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \cos x=۰\ (۰/۲۵)\Rightarrow\ x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۲}\ (۰/۲۵)\ ,\ \cos x=-\frac{۱}{۲}(۰/۲۵)\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳}\ (۰/۲۵)$	۱/۵
۷	$\lim\limits_{x\to -۱}\frac{x^۲-۴x+۳}{x^۲-۲x-۳}=\infty\ \ (۰/۲۵)$ (مثال صفحه ۵۶) $\lim\limits_{x\to ۳}\frac{x^۲-۴x+۳}{x^۲-۲x-۳}=\lim\limits_{x\to ۳}\frac{(x-۳)(x-۱)\ \ (۰/۲۵)}{(x-۳)(x+۱)(۰/۲۵)}=\frac{۱}{۲}\ \ (۰/۲۵)$ **خط $x=-۱$ مجانب قائم منحنی f است (۰/۲۵)ولی $x=۳$ مجانب قائم برای تابع f نیست. (۰/۲۵)**	۱/۵
۸	(مشابه سوال ۲ صفحه ۶۹) $y=۱\ \ (۰/۲۵)\quad ,\quad y=-۲\ \ (۰/۲۵)$	۰/۵
۹	**تابع f در $x=-۱$ پیوسته است. (۰/۲۵)** (نکته صفحه ۸۹) $f'_+(-۱)=\underbrace{\lim\limits_{x\to(-۱)^+}\frac{\lvert x^۲+x\rvert}{x+۱}}_{(۰/۲۵)}=\lim\limits_{x\to(-۱)^+}\frac{-x(x+۱)(۰/۲۵)}{x+۱}=۱\ \ (۰/۲۵)$ $f'_-(-۱)=\lim\limits_{x\to(-۱)^-}\frac{x(x+۱)(۰/۲۵)}{x+۱}=-۱\ \ (۰/۲۵)$ **مشتق های راست و چپ تابع هر دو متناهی ولی نابرابرند. (۰/۲۵) پس $x=-۱$ نقطه گوشه ای تابع است.**	۱/۷۵

« ادامه پاسخ ها در صفحه دوم »

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **حسابان ۲**	رشته: **ریاضی و فیزیک**	ساعت شروع:	مدّت امتحان: **۱۳۰ دقیقه**
پایه **دوازدهم** دورهٔ دوم متوسطه		تاریخ امتحان :	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	**کافی است نشان دهیم** $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$. (قضیه صفحه ۸۶) $\lim\limits_{x\to a}(f(x)-f(a))=\underbrace{\lim\limits_{x\to a}(x-a)(\frac{f(x)-f(a)}{x-a})}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\lim\limits_{x\to a}(x-a)\times\lim\limits_{x\to a}(\frac{f(x)-f(a)}{x-a})}_{(۰/۲۵)}$ $=۰\times f'(a)=۰\ (۰/۲۵)\ \Rightarrow \lim\limits_{x\to a}(f(x)-f(a))=۰\ (۰/۲۵)\ \Rightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)\ (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۱۱	(فرمول های مشتق گیری از صفحه ۹۲ تا صفحه ۹۶) الف) $f'(x)=\dfrac{\overbrace{۲x(x^۳+۲x+۱)}^{(۰/۲۵)}\overset{(۰/۲۵)}{-}\overbrace{(x^۲-۱)(۳x^۲+۲)}^{(۰/۲۵)}}{(x^۳+۲x+۱)^۲\ (۰/۲۵)}$ ب) $g'(x)=\underbrace{-۶}_{(۰/۲۵)}\underbrace{\cos^۲(۲x)}_{(۰/۲۵)}\underbrace{\sin(۲x)}_{(۰/۲۵)}$	۱/۷۵
۱۲	**نمودار (ب) (۰/۲۵). سهمی نمودار داده شده ماکزیمم دارد. پس ضریب $x^۲$ منفی است. (۰/۲۵) لذا در مشتق تابع ضریب x منفی خواهد بود. در نتیجه نمودار مشتق، خطی با شیب منفی است. (۰/۲۵)** (مشابه سوال۹صفحه ۱۰۰)	۰/۷۵
۱۳	(آهنگ تغییرات از صفحه ۱۰۲ تا صفحه ۱۱۰) آهنگ تغییر متوسط $=\underbrace{\dfrac{f(۲)-f(۰)}{۲-۰}}_{(۰/۲۵)}=\dfrac{۴}{۲}=۲\ (۰/۲۵)$ آهنگ تغییر لحظه ای $f'(x)=۳x^۲-۲\ (۰/۲۵)\ \Rightarrow\ f'(۱)=۱\ (۰/۲۵)$	۱
۱۴	(مشابه مثال صفحه ۱۱۷) **(۰/۲۵) مقدار ماکزیمم مطلق** $f(۰)=f(۲)=۲\ (۰/۲۵)$ **(۰/۲۵) مقدار مینیمم مطلق** $f(۱)=\sqrt{۳}\ (۰/۲۵)$ $f'(x)=\dfrac{۲x-۲}{۲\sqrt{x^۲-۲x+۴}}\ (۰/۲۵)\xrightarrow{f'=۰}\underset{(۰/۲۵)}{x=۱}$,	۱/۵
۱۵	(مشابه سوال ۱۱ صفحه ۱۲۶) $f'(x)=\dfrac{۲x}{(x^۲+۱)^۲}\ (۰/۲۵)\xrightarrow{f'(x)=۰}x=۰$ **(۰/۲۵) نزولی** $(-\infty,۰)$ **(۰/۲۵) صعودی** $(۰,+\infty)$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & ۰ & & +\infty \\ \hline f' & & - & ۰ & + & \\ \hline f & & \searrow & ۰ & \nearrow & \end{array}$ (۰/۵)	۱/۲۵
۱۶	$\left.\begin{array}{l} f'(x)=۳ax^۲+۲bx \\ f''(x)=۶ax+۲b\ (۰/۲۵) \\ f(۱)=۱\ \Rightarrow\ a+b-۱=۱\ \Rightarrow\ a+b=۲\ (۰/۲۵) \end{array}\right\}\Rightarrow \xrightarrow{f''=۰} ۶a+۲b=۰\ (۰/۲۵)\ \Rightarrow \begin{array}{l} a=-۱\ (۰/۲۵) \\ b=۳\ (۰/۲۵) \end{array}$ (مشابه سوال۴صفحه ۱۳۶)	۱/۲۵
۱۷	(مشابه سوال ۱ صفحه ۱۴۴) $x=۱$ م. قائم (۰/۲۵) $y=۱$ م. افقی (۰/۲۵) $y'=\dfrac{-۲}{\underbrace{(x-۱)^۲}_{(۰/۲۵)}}<۰\ (۰/۲۵)$ $\begin{array}{c\|ccccccccc} x & -\infty & & ۰ & & ۱ & & ۲ & & +\infty \\ \hline f' & & - & & - & \vert & - & & - & \\ \hline f & ۱ & \searrow & -۱ & \searrow & -\infty \vert +\infty & \searrow & ۳ & \searrow & ۱ \end{array}$ (۰/۵)  (۰/۵)	۱/۷۵

" درنهایت، نظر همکاران محترم صا ئب ا ست"